



当代
杰出青年
科学文库

无穷维线性 系统控制理论

郭宝珠 柴树根 著



科学出版社

当代杰出青年科学文库

无穷维线性系统控制理论

郭宝珠 柴树根 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书基本上是自洽的. 第一部分介绍了 20 多年来无穷维线性系统控制理论的最新发展, 特别是适定、正则系统的抽象理论. 也讨论了可控性、可观性、能稳性、可检性、可优性、可估性、实现, 以及极点配置等几个主要的基础性概念. 第二部分介绍了适定、正则系统理论在偏微分方程, 主要是在几个经典的高维偏微分方程中的应用. 第 1 章和附录中列出了本书所需的有穷维系统控制、泛函分析、黎曼几何的基本知识, 有利于初学者入门.

本书可以作为从事分布参数控制理论研究人员的参考书以及具有初步泛函分析、偏微分方程基础的研究生的教科书.

图书在版编目(CIP)数据

无穷维线性系统控制理论/郭宝珠, 柴树根著. —北京: 科学出版社, 2012

(当代杰出青年科学文库)

ISBN 978-7-03-033330-8

I. ①无… II. ①郭… ②柴… III. ①无限维-线性系统理论: 控制系统理论 IV. O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012) 第 005039 号

责任编辑: 徐园园 赵彦超 / 责任校对: 张凤琴

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 1 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2012 年 1 月第一次印刷 印张: 26 1/4

字数: 511 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

20 多年来, 无穷维线性系统控制理论的推动, 为这是无穷维系统控制理论中几个特别的概念. 其他控制系统的性质却要线常常平行和相交. 偏微分方程控制的研究方向.

20 世纪 80 年代, 一类直接以偏微分方程系统 J. L. Lions 的著作作为代时不变系统的抽象框架和 H. Zwart 的一本有无穷维系统控制的许多理论推广. 输入算子一般对应分布的输入, 指导有限.

从 20 世纪 80 年代, 者一般的边界控制. 1978 一文, 认识到输入算子为一大得多的阴范空间中使用的像宋健和于景元所研究的, 仍然在能量空间中. 这“失掉了系统最为重要的原理”, 把这一思想从偏微分方程的公理化方法, Kalman 的公理化方法, 于控制和输出允许的两端地出现了适定、正则系统边界观测等广泛的偏微分方程关于控制输入、输出、传输小实现等诸多方面有了自然地, 新的抽象理论催

前 言

20 多年来, 无穷维线性系统控制理论有了极大的发展. 这当然归功于偏微分方程系统控制理论的推动, 一个著名的例子是 J. L. Lions 的 Hilbert 唯一性原理, 因这是无穷维系统控制的出发点. 但是, 偏微分方程控制本身的研究涉及的主要是学中几个特别的概念, 如可控性、可观性与最优控制. 联系这些基本性质以及其控制系统的性质却要在抽象的框架下对有穷维系统理论推广. 事实上, 这两条路常常平行和相交. 偏微分方程控制提出一些新的问题, 抽象的理论则指导偏微分方程控制的研究方向.

20 世纪 80 年代以前关于无穷维线性系统控制理论的论著主要是两类: 一直接以偏微分方程系统控制的名义, 讨论具体或者抽象的偏微分方程控制, 以 L. Lions 的著作为代表, 这类著作实际上是一种应用偏微分方程; 另一类以线性不变系统的抽象框架展开, 但控制算子和输入算子都是有界的, 以 R. F. Curtain H. Zwart 的一本有名的教材为代表. 后者最大的优势在于可以基本将有穷维系统控制的许多理论推广到无穷维系统上去, 但局限也是明显的. 有界的控制算子和输入算子一般对应分布的控制与量测, 在工程上实现困难, 所以对偏微分方程控制指导有限.

从 20 世纪 80 年代开始, 偏微分方程系统控制特别地注重点控制和点量测, 或一般的边界控制. 1979 年, 宋健和于景元发表“点测量、点控制的分布参数系统”文, 认识到输入算子无界的重要性. 他们将所有的算子延拓到比原来的能量空间得多的阴范空间中使得输入算子有界. 1983 年, L. F. Ho 和 D. L. Russell 发现宋健和于景元所研究的系统, 虽然输入算子是无界的, 但从能量空间出发的轨道然在能量空间中. 这说明假如在阴范空间来研究这类系统, 则系统不可控, 这就掉了系统最为重要的性质. 1988 年, J. L. Lions 发表其有名的“Hilbert 唯一性理”, 把这一思想从偏微分方程控制的角度发扬光大. 1987 年, D. Salamon 运用 Alman 的公理化方法, 将无穷维线性系统作了抽象的研究. G. Weiss 在 1989 年关于控制和输出允许的两篇文章把 D. Salamon 的理论简化和系统化, 于是应运而生出现了适定、正则系统 20 多年的大发展. 适定、正则系统是目前包含边界控制、界观测等广泛的偏微分方程系统控制在内的非常一般的无穷维系统理论框架, 在于控制输入、输出、传递函数、可控性、可观性、稳定性、最优控制、观测器、极实现等诸多方面有了成熟的发展, 吸引了许多一流分布参数控制学者的参与. 然地, 新的抽象理论催生了偏微分方程系统控制的新概念, 这就是适定性与正则

性在线性偏微分方程控制系统中的引入。

作者亲身参与并见证了这些理论的发展,但常苦于在研究中需要不时寻找这些散见于各种文献中的结果,致使在培养研究生的过程中倍感辛劳。目前仅有的几本专著或者侧重点不同,或者不适合于研究生学习和研究相关前沿问题,于是萌生了总结这些基本材料的念头。一方面,便于自己随时查找;另一方面,也可以让研究生有个系统学习的教科书,而不至于难以入门。本书就是在这种思想指导下的结果。

幸运的是,本书第一作者得到了“山西省百人计划”的资助,第一作者需要在山西大学的讨论班上培养青年教师和学生,于是在边教边写的过程中整理出了本书的基本内容。

本书分为两大部分。第一部分介绍抽象理论,共7章。第1章是预备知识,主要介绍有穷维线性系统的一些主要理论,以及无穷维线性系统所必需的理论知识,如算子理论、连续算子半群理论以及 Sobolev 空间理论。这里不加证明地列出主要结果,原因之一是这些理论本身就是非常相关的学科,有大量的相关著作;原因之二是限于作者的偏好,本书列出的内容基本上局限于作者在推广到无穷维系统时所用到的结果。第2章和第3章介绍允许控制算子、允许观测算子的性质以及时域与频域表示。第4章讨论适定系统的表示,特别介绍了在偏微分方程控制中主要研究的两类一阶和二阶系统的适定性。第5章介绍正则系统,这类系统是无穷维系统中的有穷系统,重点是其时域频域表示以及极重要的允许反馈,其中允许的反馈是第6章引入能稳性和可检性的基础。第6章和第7章则转入控制理论的抽象讨论。第6章可控性与可观性的讨论导致了一阶和二阶系统的 Russell 原理和开环可控与闭环指数稳定性的等价性。第7章则是可优性、可估性、实现、极点配置等几个控制问题的讨论,其中可优性和可估性是第6章能稳性和可检性的推广,它们和无穷维系统的 LQ 问题有极大的关系,也导致了系统指数稳定性和输入输出稳定性的关系,表明了系统各个概念之间的有机统一。第二部分是适定、正则系统理论在线性偏微分方程控制中的应用,这是一个由抽象的理论框架导致的全新的高维线性偏微分方程控制理论。这部分的工作就是要将过去零星的一些线性偏微分方程控制系统纳入到适定、正则系统理论的框架内,以使这些方程具有系统学上的意义,反映了作者及其学生、合作者在这个方向上的努力。第8章讨论高维 Schrödinger 方程的适定性。第9章讨论波动方程的适定性与正则性。这两章都包括了常系数和变系数的不同情况。虽然常系数是变系数的特殊情况,但常系数的讨论简单,便于学习,变系数则需要一些黎曼几何的知识。虽然在附录中介绍了一些黎曼几何的基本知识,但对于不熟悉黎曼几何的读者来说,常系数的讨论可以使他们更快地进入这一研究领域而不为复杂的数学所迷惑。第10章是关于板方程的适定性与正则性的讨论,也分为常系数与变系数两种情况。第11章讨论了一般弹性系统的适定性与正则性,这是一种强耦合的波动方程。第12章讨论了波动方程和板方程在弱耦合情形下的适

定性与正则性。这在时
适定性与正则性,这部
分方程控制最早研究的
论在适定、正则理论和
兴趣取舍。特别是在
告诉读者,任何一种推
正是这门学科还需要
文献及其相关的工作,
要的相关数学结果,特
不同于第1章的预备

这本讲义性质的
以及简化证明。无穷维
以有数学背景的人居
向,虽然这是不容易的
础,要讲清楚是很难的
基本结果,这些结果是
知识,而过于精细的结
作者希望本书有自己
查找到自己需要的内

作者的观点是抽
子中的家具。没有家
虽然本书在两个方面
读者的反馈意见是我

定性与正则性. 这在噪声控制等领域有非常重要的应用. 第 13 章是 Naghdi 壳的适定性与正则性, 这部分内容不常见于文献. 这些章节所讨论的问题实际上是偏微分方程控制最早研究的对象, 主要的是可控性、可观性和指数稳定性. 这里主要讨论在适定、正则理论框架下的性质. 这部分内容相对比较独立, 读者可根据自己的兴趣取舍. 特别是在 13.4 节, 给出了不是适定的高维偏微分方程的例子, 目的是要告诉读者, 任何一种抽象框架都不可能包罗万象, 事实上也不存在这样的框架. 这正是这门学科还需要不断发展的动力. 每章的后面都有简单的总结, 列出了主要的文献及其相关的工作, 以便读者继续学习参考所用. 附录中主要列出了第二部分需要的相关数学结果, 特别是黎曼几何的知识, 一是为了结论的完整, 二是黎曼几何不同于第 1 章的预备知识, 并不是无穷维系统控制研究人员常具备的知识.

这本讲义性质的著作很难称得上完整, 还需要在教学实践中不断地修订、补充以及简化证明. 无穷维系统控制是公认的运用数学最多的控制分支, 其研究人员也以有数学背景的人居多. 但本书尽量淡化数学知识的介绍, 立足控制理论的基本方向, 虽然这是不容易的. 无穷是一个非常具有数学味道的概念, 没有基本的数学基础, 要讲清楚是很难的, 有时是不可能的. 事实上, 本书仅仅介绍了这个抽象框架的基本结果, 这些结果是任何从事无穷维系统理论研究的研究人员都需要掌握的基础知识, 而过于精细的结果则必须留待不同需求的读者自行浏览相关文献. 无论如何, 作者希望本书有自己的特点, 即研究人员可以以此作为起点, 也可以较轻易地从中查找到自己需要的内容.

作者的观点是抽象的控制理论如同一个房子, 而偏微分方程控制的例子如同房子中的家具. 没有家具的房子仅仅是个摆设, 但没有房子的家具则难以显出其位置. 虽然本书在两个方面都作了努力, 但同其他任何一本著作一样, 不足之处是难免的. 读者的反馈意见是我们的财富.



郭宝珠

中国科学院数学与系统科学研究院

柴树根

山西大学

2011 年 8 月

目 录

前言
符号说明

第一部分 适定、正则系统理论

第 1 章 预备知识	3
1.1 有穷维线性系统	3
1.1.1 系统描述	3
1.1.2 可控性	5
1.1.3 稳定性	7
1.1.4 能稳性	7
1.1.5 可观性	8
1.1.6 可检性	11
1.1.7 观测器	12
1.1.8 时间延迟补偿观测器	15
1.1.9 最优控制、LQ 问题	17
1.2 赋范空间及其上的算子	19
1.2.1 赋范空间	19
1.2.2 线性算子	20
1.2.3 线性算子的谱	23
1.2.4 Gelfand 三嵌入	24
1.3 C_0 -半群	25
1.3.1 线性算子半群	25
1.3.2 C_0 -半群的生成	26
1.3.3 压缩 C_0 -半群	27
1.3.4 C_0 -半群扰动	28
1.3.5 发展方程的解	28
1.3.6 C_0 -半群的稳定性	29
1.4 Sobolev 空间	30
1.4.1 广义函数和 Sobolev 空间	31

1.4.2 迹定理.....32

1.4.3 Sobolev 嵌入定理.....33

1.4.4 Laplace 算子的边值问题.....34

小结和文献说明.....35

第 2 章 允许控制算子.....36

2.1 阳范空间 H_1 和阴范空间 H_{-1}36

2.2 解与控制算子的允许性.....39

2.3 控制系统的抽象表示.....46

2.4 允许性的算子刻画.....51

小结和文献说明.....58

第 3 章 允许观测算子.....59

3.1 观测允许性.....59

3.2 抽象观测系统.....63

3.3 允许的对偶原理.....70

3.4 一个直接输出反馈的闭环系统.....71

小结和文献说明.....75

第 4 章 适定系统.....77

4.1 适定系统与传递函数.....78

4.2 适定系统的抽象定义.....86

4.3 抽象一阶系统 $\dot{x} = Ax + Bu$ 和二阶系统 $\ddot{x} + Ax + Bu = 0$97

小结和文献说明.....100

第 5 章 正则系统.....102

5.1 正则系统的输出表示.....102

5.2 正则系统的频域表示和传递函数.....106

5.3 一阶系统 $\dot{x} = Ax + Bu$ 的正则性.....112

5.4 正则系统的反馈.....113

小结和文献说明.....128

第 6 章 可控性、可观性以及能稳性、可检性.....129

6.1 可控性及其性质.....129

6.2 可观性及其性质.....131

6.3 一阶系统 $\dot{x} = Ax + Bu$ 可控性和输出反馈稳定性的等价性.....139

6.4 二阶系统 $\ddot{x} + Ax + Bu = 0$ 可控性和输出反馈稳定性的等价性.....143

6.5 能稳性与可检性.....151

小结和文献说明.....154

第 7 章 可优性、可估性

7.1 可优性.....

7.2 可估性.....

7.3 实现问题.....

7.4 极点配置问题.....

小结和文献说明.....

第二部

第 8 章 Schrödinger 方程

8.1 常系数 Schrödinger 方程.....

8.2 变系数 Schrödinger 方程.....

小结和文献说明.....

第 9 章 波动方程

9.1 常系数波动方程.....

9.2 常系数波动方程.....

9.3 变系数波动方程.....

9.4 变系数波动方程.....

小结和文献说明.....

第 10 章 Euler-Lagrange 方程

10.1 常系数 Euler-Lagrange 方程.....

10.2 常系数 Euler-Lagrange 方程.....

10.3 变系数 Euler-Lagrange 方程.....

10.4 变系数 Euler-Lagrange 方程.....

小结和文献说明.....

第 11 章 线性弹性系统

11.1 线性弹性系统.....

11.2 线性弹性系统.....

小结和文献说明.....

第 12 章 弱耦合系统

12.1 弱耦合系统.....

12.2 弱耦合系统.....

小结和文献说明.....

第 13 章 Nagumo 定理

13.1 Nagumo 定理.....

第 7 章 可优性、可估性以及几个问题	156
7.1 可优性	156
7.2 可估性	162
7.3 实现问题	172
7.4 极点配置问题	177
小结和文献说明	194

第二部分 在偏微分方程控制系统中的应用

第 8 章 Schrödinger 方程边界控制的适定性	197
8.1 常系数 Schrödinger 方程边界控制的适定性	197
8.2 变系数 Schrödinger 方程边界控制的适定性	203
小结和文献说明	212
第 9 章 波动方程边界控制的适定性与正则性	213
9.1 常系数波动方程边界控制的适定性	213
9.2 常系数波动方程边界控制的正则性	221
9.3 变系数波动方程边界控制的适定性	232
9.4 变系数波动方程边界控制的正则性	233
小结和文献说明	238
第 10 章 Euler-Bernoulli 板方程边界控制的适定性与正则性	239
10.1 常系数 Euler-Bernoulli 板方程边界控制的适定性	239
10.2 常系数 Euler-Bernoulli 板方程边界控制的正则性	248
10.3 变系数 Euler-Bernoulli 板方程边界控制的适定性	254
10.4 变系数 Euler-Bernoulli 板方程边界控制的正则性	264
小结和文献说明	269
第 11 章 线性弹性系统边界控制的适定性与正则性	270
11.1 线性弹性系统的适定性	270
11.2 线性弹性系统的正则性	286
小结和文献说明	307
第 12 章 弱耦合波与板方程边界控制的适定性与正则性	308
12.1 弱耦合波与板方程的适定性	308
12.2 弱耦合波与板方程的正则性	318
小结和文献说明	324
第 13 章 Naghdi 壳的适定性与正则性	326
13.1 Naghdi 壳模型	326

13.2 Naghdi 壳的适定性 328

13.3 Naghdi 壳的正则性 338

13.4 不适定系统的例子 354

小结和文献说明 359

附录 A 双曲偏微分方程非齐次边值问题 361

 A.1 波动方程的非齐次边值问题 361

 A.2 线性弹性系统非齐次边值问题 367

 A.3 弱耦合的波与板方程非齐次边值问题 377

 A.4 Naghdi 壳方程的非齐次边值问题 383

附录 B 线性弹性系统与 Naghdi 壳方程的微分几何形式表示 391

 B.1 微分几何知识和一些记号 391

 B.2 线性弹性系统的几何形式 395

 B.3 方程 (B.25) 的推导 396

参考文献 400

x

$u(x)$

$\partial\Omega$

$u|_{\partial\Omega}$

\mathbb{R}

\mathbb{R}^+

\mathbb{C}

$C^m(a, b)$

$C^m[a, b]$

$C^m(\Omega)$

$C(\mathbb{R})$

$C^m(\mathbb{R})$

$C_0^m(\mathbb{R})$

$C_0^\infty(\mathbb{R})$

$H^m(\Omega)$

$L_{loc}^2(\Omega)$

H_1

H_{-1}

$\sigma(A)$

$\sigma_p(A)$

$\sigma_r(A)$

$\sigma_c(A)$

\tilde{A}

e^{At}

C_L

C_Λ

$\Sigma_c(A, B)$

$\Sigma_o(C, A)$

$\mathcal{L}(X, Y)$

$\Phi_\tau, \Phi(\tau)$

$\Psi_\tau, \Psi(\tau)$

$F_\tau, F(\tau), F_\infty$